

消費データを用いた資産価格の実証分析

谷川 寧彦⁽¹⁾

1 目的

Hamori[10] は, Consumption Capital Asset Pricing Model (CCAPM) が 1980 年代の日本についてあてはまるという実証結果を提出した。アメリカでの実証結果が CCAPM に否定的であるのとは対照的である。日本の資産市場はアメリカと違うという結論を出す前に, まず CCAPM の成立について, Robustness を確かめてみたい。また, 消費支出データを用いて検定できるその他の資産価格モデルについても, 予備的な作業を行う。

2 いわゆる CCAPM

2.1 CCAPM とは

消費者が次のような期待効用最大化行動をとる。

$$\text{Max } E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t), \quad \text{s.t. } c_t + q_t a_t = (q_t + d_t) a_{t-1}, \quad (1)$$

ここで β :割引率(一定を仮定), c_t : t 期の消費, $u(\cdot)$:効用関数, q_t :資産価格, a_t : t 期の資産保有, d_t :資産保有による収入(配当など)である。

予算制約式を用いて c_t を消去すると, 最大化すべき目的関数は資産保有 a_t の関数となる。最大化のための一階の条件は,

$$E[\beta^{t+1} u'(c_{t+1})(q_{t+1} + d_{t+1}) + \beta^t u'(c_t)(-q_t)] = 0$$

である。これを变形すれば, 粗収益率 $R_{t+1} = (q_{t+1} + d_{t+1})/q_t$ についての Euler 方程式

$$E[m_{t+1} R_{t+1} - 1] = 0, \quad \text{ただし, } m_{t+1} = \beta u'(c_{t+1})/u'(c_t),$$

⁽¹⁾本稿はファイナンス・フォーラム(1993年6月11日)で発表した論文をもとにしている。フォーラムで載いた貴重なコメントに感謝します。

を得る。

CCAPM の Pricing Kernel m としてよく用いられているのは、 $u(c) = (c^{1-\gamma})/(1-\gamma)$ という特定化である⁽²⁾。

2.2 Hamori[10] の結果

Generalized Method of Moments (GMM) により、操作変数 z を用いて次式を満たすよう β と γ を推定している。

$$E \left[\left(\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} R_{t+1} - 1 \right) \otimes z_t \right] = 0. \quad (2)$$

データは、1980 年 1 月から 1988 年 12 月までの家計調査による季節調整済み消費支出指数と、Hamao and Ibbotson[9] による東証一部株式収益率、政府長期債収益率、事業債収益率、短期金利の 4 資産である。Hamori[10] は 4 資産同時に推定した結果から、パラメーターが符号条件 $\gamma > 0, 1 > \beta > 0$ を満たし CCAPM も棄却されないという結論を得た⁽³⁾。

2.3 Hamori[10] の追試

2.3.1 その 1 (グラフ)

まず (2) 式のサンプル版となる次式の値を γ の関数とみなして計算し、これをプロットすることで、Hamori[10] の結果を再確認してみる。計測期間が 1971:FEB - 1991:DEC となっている以外は Hamori[10] と同じ収益率データを用い、消費データは全世帯の実質支出を用いた⁽⁴⁾。

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} R_{t+1} - 1 \right), \text{ for } \beta = 0.9, 1.0, 1.1. \quad (3)$$

⁽²⁾Pricing Kernel m とは、資産のペイオフを X (確率変数)、その価格を q とするとき、 $E(mX) = q$ を満たす確率変数である。 m が異なると左辺の期待値は違う値をとるので、 m は資産価格モデルを表わす。Hansen and Richard[8] 参照。本稿は、両辺を q で割って粗収益率 X/q に対する価格 1 を考える。

⁽³⁾操作変数は、定数項とラグ付き消費 $(c_{t+1}/c_t)_{-1}$ 、ラグ付き収益率 $(R_{t+1})_{-1}$ である。

⁽⁴⁾勤労者世帯の消費データを用いた分析も行ったが、全世帯のものとはほとんど差がなかった。以下の分析も同様であったので、全世帯のもので結果を代表させてある。

プロット結果の図 1 によると, $\gamma = 0.2$ 程度のとき平均が 0 に近くなっており, Hamori[10] の結果と一致する。アメリカのデータ⁽⁵⁾をもとにした図 2 では, リスク回避度 γ がもっと大きな値 (100) のとき最小化されており, 日米で異なる印象を受ける⁽⁶⁾。

2.3.2 その 2 (GMM 推定)

GMM は, ウェイトづけられた 2 乗和を最小にするようにパラメータを推定する。すなわち, $x_{t+1}^l = \beta(c_{t+1}/c_t)^{-\gamma} R_{t+1}^l - 1$, ($l = 1, \dots, L$) と書けば, GMM の推定値は 2 次形式,

$$y'Wy, \text{ where } y' = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_t^1 z_t^1, \dots, x_t^L z_t^K)$$

を最小にする β と γ である⁽⁷⁾。ウェイトをつける対称行列 W として, $\sqrt{T}y$ の共分散行列の逆行列を選ぶのが効率的 (efficient) であることが, Hansen[6] で示されている。

この共分散行列自体も "推定" しなければならないので, "推定" しなければならないパラメータの数は, $2 + LK + (LK * LK - LK)/2$ である。サンプル数 (T) は 1971:FEB - 1991:DEC の場合 251 なので, 操作変数の数 (K) と Euler 方程式に入っている資産の数 (L) をあまり多くしない方がよいと考えられる。 $L=2, K=3$ の場合, ひとつのパラメータあたり約 11 のデータを用いていることになる。 $L=4, K=3, T=108$ という Hamori[10]

⁽⁵⁾ 収益率は, ニューヨーク証券取引所 (NYSE) の加重平均ポートフォリオ (VWRETD) の 3 ヶ月 T-bill に対する超過収益率 R^e を用いた。消費データは, CITI データベースの非耐久消費財 (GCN82) とサービス (GCS82) の合計を人口一人当りの実質額になおしたものを用了。計測期間は, 1947 年第 1 四半期から 1990 年の第 4 四半期である。超過収益率の価格はゼロであるので,

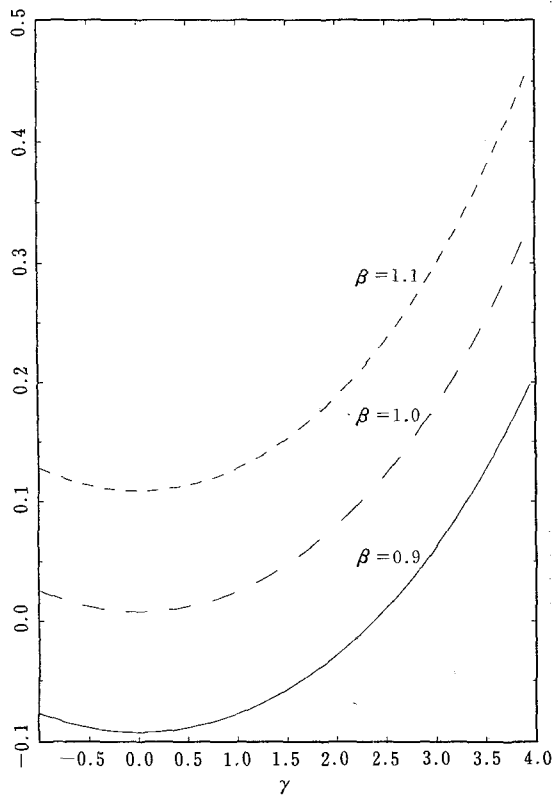
$$1/T \sum_{t=1}^T (c_{t+1}/c_t)^{-\gamma} R_{t+1}^e$$

の値を各 γ についてプロットしてある。(3) 式の $\beta = 1$ に対応する。

⁽⁶⁾ 代表的家計のリスク回避度がこのように「常識的」な値とかけ離れて大きくなることは, Mehra and Prescott[11] の Equity Premium Puzzle として知られている。

⁽⁷⁾ L は資産の数, K は操作変数の数である。

⊠ 1 Sample mean of $\beta (c_{t+1}/c_t)^{-\gamma} R - 1.0$
 $R = \text{TSE1} - \text{RAT}$, $C = \text{ZENSETAI}$



⊠ 2 Sample mean of $C^{-\gamma} R^e$
 R^e : Excess return of NYSE VWRETD

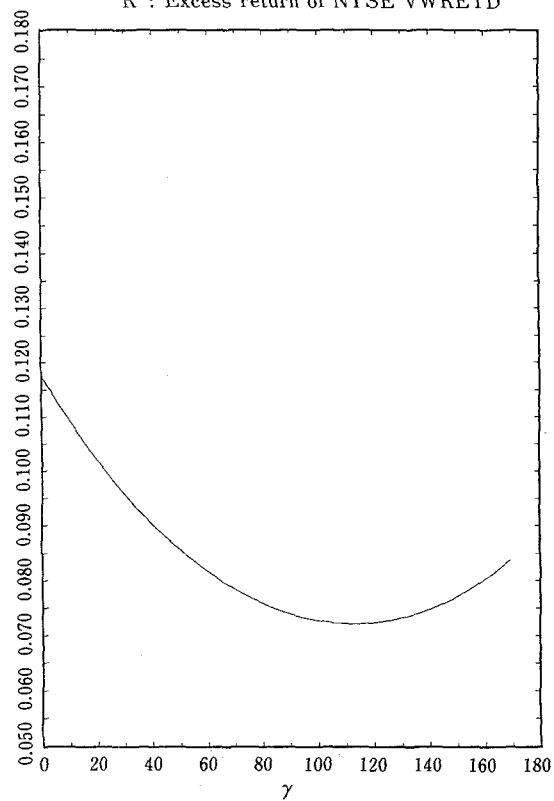


TABLE 1. GMM estimation for β and γ .
Seasonality in consumption is unadjusted.

$$E\left[\left(\beta\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}R_{t+1}-1\right)\otimes z_t\right]=0.$$

操作変数 z (lag は -1 と -2)	β (std.err)	γ (std.err)	χ^2 (p-value,df)
CORP-SHORT	0.9969(0.0015)	-0.0979(0.1021)	10.7984(0.0289,4)**
CORP-GOVL	0.9977(0.0015)	-0.0354(0.0788)	4.5521(0.3364,4)
CORP-ELEC	0.9971(0.0016)	-0.1090(0.1065)	9.8247(0.0435,4)**
CORP-NTTL	0.9970(0.0016)	-0.1054(0.1043)	10.2420(0.0365,4)**
CORP-CALL	0.9970(0.0016)	-0.0997(0.1041)	10.8905(0.0278,4)**
CORP-TSES	0.9974(0.0021)	-0.1261(0.1432)	4.2414(0.3743,4)
CORP-TSE1	0.9982(0.0017)	0.2069(0.1932)	4.4355(0.3503,4)
SHORT-GOVL	0.9960(0.0243)	-0.2167(2.2142)	8.8329(0.0654,4)
SHORT-ELEC	0.9979(0.0014)	0.0641(0.0643)	7.5767(0.1084,4)
SHORT-NTTL	0.9980(0.0014)	-0.0282(0.0490)	4.6285(0.3276,4)
SHORT-CALL	0.9983(0.0015)	-0.0415(0.0745)	7.9481(0.0935,4)
SHORT-TSES	0.9980(0.0016)	-0.0638(0.0826)	5.0594(0.2813,4)
SHORT-TSE1	0.9983(0.0014)	0.0922(0.1413)	6.1140(0.1908,4)
GOVL-ELEC	0.9950(0.0314)	-0.3169(2.2021)	7.7849(0.0998,4)
GOVL-NTTL	0.9949(0.0310)	-0.3163(2.1760)	8.0489(0.0898,4)
GOVL-CALL	0.9958(0.0315)	-0.2386(2.6949)	8.7394(0.0680,4)
GOVL-TSES	0.9978(0.0018)	-0.0920(0.0935)	4.8059(0.3078,4)
GOVL-TSE1	0.9983(0.0018)	0.2228(0.2123)	4.6221(0.3282,4)
ELEC-NTTL	0.9600(0.0724)	-1.3806(1.4973)	5.4459(0.2445,4)
ELEC-CALL	0.9975(0.0015)	-0.0238(0.0361)	6.9560(0.1382,4)
ELEC-TSES	0.9980(0.0016)	-0.0659(0.0836)	5.0441(0.2828,4)
ELEC-TSE1	0.9984(0.0014)	0.0959(0.1379)	6.0954(0.1921,4)
NTTL-CALL	0.9976(0.0015)	-0.0728(0.0433)	4.7265(0.3165,4)
NTTL-TSES	0.9980(0.0016)	-0.0640(0.0828)	5.0533(0.2819,4)
NTTL-TSE1	0.9984(0.0014)	0.0908(0.1381)	6.1431(0.1887,4)
CALL-TSES	0.9980(0.0016)	-0.0634(0.0829)	5.0731(0.2799,4)
CALL-TSE1	0.9983(0.0014)	0.0931(0.1410)	6.1267(0.1899,4)
TSES-TSE1	0.9979(0.0014)	-0.0138(0.0405)	3.4554(0.4847,4)

Note: ** indicates that the Euler equation is rejected at 5 % level.

操作変数は、定数項 1 と、表にあるように以下の変数の差を用いた。変数名は以下共通。CORP:事業債収益率, SHORT:政府短期債収益率, GOVL:政府長期債収益率, ELEC:電力債収益率, NTTL:利付電債収益率, CALL:コールレート, TSES:東証小型株(5分位)収益率, TSE1:東証一部収益率。

の場合では、約 1.35 となる。Hamori[10] で χ^2 統計量が Euler 方程式を棄却していないのは、こうした事などにより統計量の検出力が弱いからかもしれない。

そこで、東証一部株式収益率と政府長期債収益率について GMM を試みた結果が、Table 1 である⁽⁸⁾。割引率 β の推定値は 0.998 程度で安定しているが、リスク回避度 γ は負の場合もかなり多く、0 であることを棄却できないようである。また、Euler 方程式も、5% の有意水準で棄却されることがある (表中**の部分。) Hamori[10] よりサンプル数が増加しているにも関わらず、まだロバストな結果とはいいいがたい。

χ^2 統計量は $T\hat{y}'W\hat{y}$ で計算されるので、ウエイト行列 W の推定も極めて重要である。Hamori[10] は、最初 $W = I$ (単位行列) としてパラメーター γ と β を求め、求めたパラメーターをもとに W を計算し、得られた W を使って再び最小化計算をしてパラメーターを求めるという、2 段階の手続きである。Table 1 ではパラメーターとウエイト行列の両方が収束するまで、続けてくり返し計算を行なった⁽⁹⁾。

より多くのサンプルとくり返し計算にも関わらずロバストとはいいいがたい結果になっている理由として、GMM 推定法が仮定している条件が満たされていない可能性がある。とりわけ、いかに述べる季節変動である。

2.3.3 季節変動の取り扱い

Hamori[10] は季節変動調整済みの指数を用いているが、上記の計測では季節変動を調整していない。マクロの系列でみられるように、対前年同月比をとれば 12 ケ月毎の季節変動は除去されると予想される。こうして得られた「年次の」消費データの変動は、かなり小さくなった。図 3 と 4 により両者を比較できる。

この年次消費データを用いて CCAPM を検定してみる。収益率は、東証一部株式収益率 R^I と政府長期債収益率 R^{II} の差である超過収益率

⁽⁸⁾ 資産の数 (L) は 2、操作変数の数 (K) は 3 である。

⁽⁹⁾ Ferson and Foerster[5] は、小標本の場合ここで使われているようなくり返し計算による GMM (Iterated GMM) の方がよいというシミュレーション結果を提出している。

図3 Consumption Growth: All households

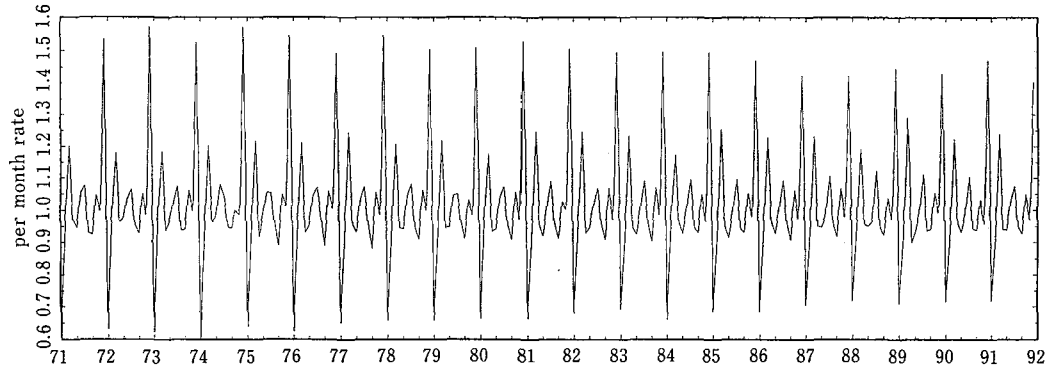


図4 Consumption Growth: All households

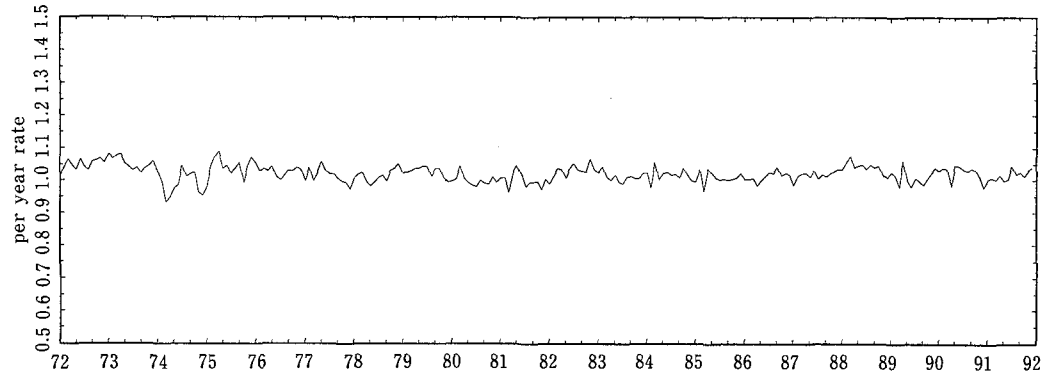


TABLE 2. GMM estimation for CCAPM.

$$E\left[\left(\left(\frac{C_{t+12}}{C_t}\right)^{-\gamma} R_{t+12}^e\right) \otimes z_t\right] = 0, \quad (\text{年次消費データー}).$$

操作変数 z (lag は -1 と -2)	γ (std.err)	χ^2 (p-value,df)
CORP-SHORT	34.5334(16.1073)	9.5054(0.0086,2)***
CORP-GOVL	55.1097(14.6809)	2.8153(0.2447,2)
CORP-ELEC	34.1422(15.9760)	8.7797(0.0027,2)***
CORP-NTTL	33.8482(16.0190)	9.2731(0.0097,2)***
CORP-CALL	34.9426(16.1644)	9.6206(0.0081,2)***
CORP-TSES	50.9384(14.4578)	14.3739(0.0008,2)***
CORP-TSE1	46.7356(14.2613)	13.0521(0.0015,2)***
SHORT-GOVL	37.4371(15.4345)	7.4120(0.0246,2)**
SHORT-ELEC	34.9572(15.3113)	10.5622(0.0051,2)***
SHORT-NTTL	37.6678(15.3485)	8.9641(0.0113,2)**
SHORT-CALL	52.6078(14.8631)	1.4068(0.4949,2)
SHORT-TSES	47.6267(14.2756)	13.4522(0.0012,2)**
SHORT-TSE1	43.2469(13.9117)	12.5717(0.0019,2)**
GOVL-ELEC	37.9476(15.2899)	6.8386(0.0327,2)**
GOVL-NTTL	37.1038(15.2687)	7.4023(0.0247,2)**
GOVL-CALL	37.8646(15.4963)	7.3714(0.0251,2)**
GOVL-TSES	52.1475(14.6165)	14.2659(0.0008,2)***
GOVL-TSE1	46.4790(14.0537)	13.5935(0.0011,2)***
ELEC-NTTL	33.4179(15.3758)	10.0078(0.0067,2)***
ELEC-CALL	36.8901(14.9293)	10.1461(0.0063,2)***
ELEC-TSES	48.2358(14.1801)	13.2348(0.0013,2)***
ELEC-TSE1	43.3671(13.6821)	12.4081(0.0020,2)***
NTTL-CALL	39.8769(14.8848)	8.3071(0.0157,2)**
NTTL-TSES	47.7541(14.2092)	13.3438(0.0013,2)***
NTTL-TSE1	43.0580(13.7548)	12.4893(0.0019,2)***
CALL-TSES	47.6631(14.2842)	13.4125(0.0012,2)***
CALL-TSE1	43.3087(13.9450)	12.5343(0.0019,2)***
TSES-TSE1	47.6937(15.2599)	0.1222(0.9704,2)
NONE	49.1204(15.4561)	Exactly identified

Note: ** and *** indicate that the Euler equation is rejected at 5 % and 1 % level, respectively.

$R_{t+12}^e := R_{t+12}^I - R_{t+12}^{II}$ を用いた⁽¹⁰⁾。超過収益率を用いると Euler 方程式は次のようになり、リスク回避度だけが推定される。

$$E\left[\left(\frac{C_{t+12}}{C_t}\right)^{-\gamma} R_{t+12}^e \otimes z_t\right] = 0. \quad (4)$$

推定結果は Table 2 で、リスク回避度 γ の推定値が 34-50 とかなり大きな値となり、有意である⁽¹¹⁾。また、(4) 式が成立しているかどうかの検定となる χ^2 統計量も、ほとんどの場合 (4) を棄却している。

2.4 結果の比較

Hamori[10], Table 1, Table 2 を比較すると、大まかにいって次のようになる。

	Hamori[10]	Table 1	Table 2
$\hat{\gamma}$	small	small	large
χ^2 test	not reject	not robust	reject

Table 2 で得られた $\hat{\gamma}$ の値が大きいのは、消費データの変動が小さいためである。これは Hansen and Jagannathan[7] が提唱した H-J bound から導かれる。後でこの境界の計算を試みるが、ここでは簡単な計算をして、 γ と消費データのスムースさの関係を確かめておく。

まず、超過収益率 R^e と安全資産収益率 R_F についての Euler 方程式 $E(mR^e) = 0$ と $E(m)R_F = 1$ を用いると、 R^e と Pricing Kernel m の共分散は

$$E(m - E(m))(R^e - E(R^e)) = E(mR^e) - E(m)E(R^e) = -E(R^e)/R_F$$

と計算できるので、 R^e と m との相関係数の絶対値が 1 以下という式

$$\frac{|E(R^e)/R_F|}{\sigma(R^e)\sigma(m)} \leq 1 \quad (5)$$

⁽¹⁰⁾超過収益率を用いない (2) にもとづく推定でも、同様の結果が得られた。

⁽¹¹⁾得られた数値は、(4) のサンプル対応版をプロットしたものと一致している。

を得る⁽¹²⁾。 $R_F = 1.01$, $E(R^e) = 1.08 - 1.01 = 0.07$, $\sigma(R^e) = 0.40$ といったおおよその値を用いると、上式は

$$\frac{0.07/1.01}{0.40} = 0.173 \leq \sigma(m) = \beta \sigma \left(\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \right)$$

となる。 $(c_{t+1}/c_t)^{-\gamma}$ の標準偏差が左辺の下限値を越えるためには、消費系列の変動が小さければ大きな γ の値が要求されることがわかる。Table 1 では図 3 のデータが、Table 2 では図 4 のデータがそれぞれ用いてあるので、ここから γ の大きさの違いが生じたと考えられる。Hamori[10] は季節調整の方法を述べていないが、得られている γ の値から推察すると相当大きな消費の変動が残っていると考えるをえない。

GMM 推定上の前提条件といった問題を別にすると、CCAPM は季節変動を除去した消費データを Euler 方程式検定に用いることを要求しないし、月次や年次といった投資期間の長さを制約しない。むしろ季節変動している消費データを用いて異時点間の限界代替率を求めるほうが、理論に忠実である。我々が年次データを用いたもう一つの理由は、流動性制約などのため所得変動が消費変動を引き起こしているような場合、所得が多い月に購入される財は投資としての性格を持っており、消費といえないのではないかと考えるからである。次節ではこの点をもう少し積極的に考慮したパラメタライズを試みる。

3 CCAPM のバリエーション

3.1 習慣形成と消費の耐久性

家計調査の消費データは消費支出金額であり、耐久財支出と非耐久消費支出が混在している。非耐久消費財の購入ならば支出金額はフローの消費となるが、耐久財購入の場合は次期以降にフローの消費が生じる⁽¹³⁾。そ

⁽¹²⁾ $\sigma(R^e)$, $\sigma(m)$ はそれぞれ超過収益率, Pricing Kernel の標準偏差をあらわす。

⁽¹³⁾ 何が非耐久消費財かは、計測期間の長さにも依存する。今日の昼に、フルコースのフランス料理を食べたとすると、数時間は胃がもたれて食料品支出は少なくなるであろう。時間を短くとると、食料品さえ「耐久」性を帯びることとなる。消費が耐久的 (durable) であれ

ここで支出額 e_t のデータに対し、現在と過去の支出額の一部が現在の消費を決めるという関係 $c_t = F(e_t, e_{t-1}, \dots)$ を想定しよう。関数型 F をうまくパラメタライズできれば、より満足の行く消費系列を得た上で Euler 方程式の推定を行える。 F に関する先見的知識はないので、一番簡単な線形式

$$c_t = e_t + \theta e_{t-1}$$

を用いることにする。

この場合の Pricing Kernel m_{t+1} は、

$$\begin{aligned} m_{t+1} &= \beta \left[\frac{(e_{t+1} + \theta e_t)^{-\gamma} + \beta \theta E_{t+1}(e_{t+2} + \theta e_{t+1})^{-\gamma}}{(e_t + \theta e_{t-1})^{-\gamma} + \beta \theta E_t(e_{t+1} + \theta e_t)^{-\gamma}} \right] \\ &= \beta g_t^{-\gamma} \left[\frac{(g_{t+1} + \theta)^{-\gamma} + \beta \theta g_{t+1}^{-\gamma} E_{t+1}(g_{t+2} + \theta)^{-\gamma}}{(g_t + \theta)^{-\gamma} + \beta \theta g_t^{-\gamma} E_t(g_{t+1} + \theta)^{-\gamma}} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{ただし } g_t := e_t / e_{t-1}$$

となる。これは、Ferson and Constantinides [4] と同じ定式化になる。

(6) 式に含まれる条件付期待値を評価するためには、 $(g_t + \theta)^{-\gamma}$ に時系列モデルを仮定する必要がある⁽¹⁴⁾。ここでは適宜定めたパラメーター γ と θ について最も簡単な時系列モデル—ランダム・ウォーク—を仮定し、それをもとに条件付期待値を計算して (6) 式の m_{t+1} を作り、Euler 方程式のサンプル版である次式をプロットしてみる。

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T m_{t+1} R_{t+1}^e \quad (7)$$

超過収益率の場合にならって、(6) で $\beta = 1$ とおいてプロットした。

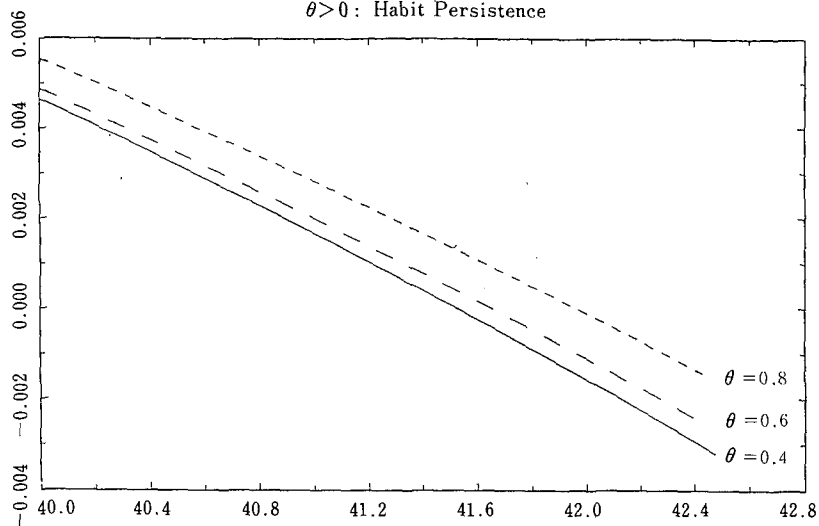
図 5 の $\theta > 0$ で消費が習慣形成的と考えられる場合⁽¹⁵⁾、リスク回避度 $\gamma = 41 - 42$ で、Euler 方程式を満たすようである。 $(\theta = 0.4 - 0.8$ の結

ば、直前の消費が増えれると次の消費は減る。逆に、フランス料理に魅了された人は、毎日でもフランス料理を食べたいと思うかもしれない。こうした習慣形成 (Habit Persistence) があれば、直前の消費が増えると次の消費も増えるであろう。

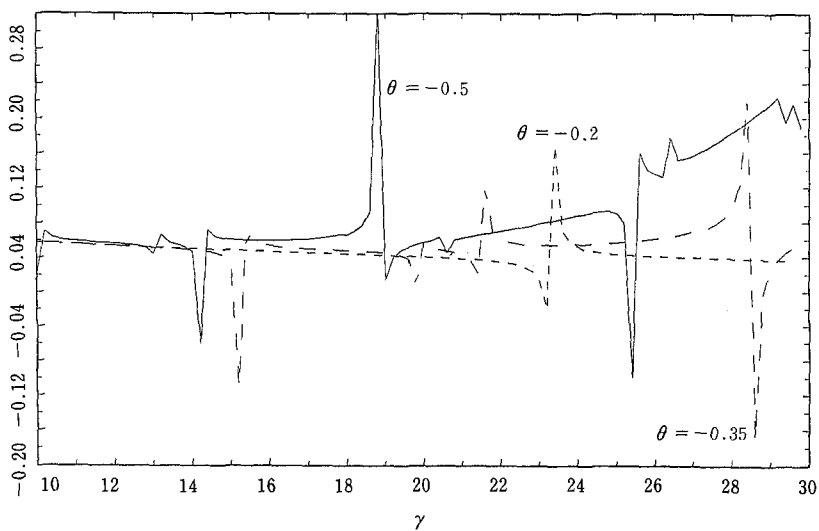
⁽¹⁴⁾ 本来は、何等かの基準で特定化された時系列モデルをもとに、その時系列モデルのパラメーターと Euler 方程式のパラメーターを同時に推定するのがよいと思われる。

⁽¹⁵⁾ 消費の習慣形成や耐久性等の用語は、Constantinides[1] にもとずく。注 13 参照。

☒ 5 Sample mean of $(m(c, \gamma) * R^e)$
 $\theta > 0$: Habit Persistence



☒ 6 Sample mean of $(m(c, \gamma) * R^e)$
 $\theta < 0$: Durability



果から推測。) 図 6 の $\theta < 0$ で消費支出が耐久性を持つと考える場合は、ずっと小さいリスク回避度 $\gamma = 10 - 20$ 程度で、Euler 方程式を満たすようである。 θ の符号は先験的には何ともいえないので、これを推定することは次の課題としたい⁽¹⁶⁾。

3.2 Non-Expected 効用モデル

Table 2 では、リスク回避度 γ の推定値が我々の「常識」よりも大きすぎ、モデルも棄却された。消費支出とフローの消費を考慮した前節では、まだ γ が「大きい」という結果となった。そこで、リスク回避度と異時点間消費の代替率をまったく切り離すモデルを採用して、「常識」にかなった推定値が得られるか試みよう⁽¹⁷⁾。

Epstein and Zin[2] は状態毎に分離可能という通常の期待効用モデルの仮定をゆるめ、recursive な評価関数を提唱し、Epstein and Zin[3] で計測を試みた。彼らのモデルでは、将来の不確実な効用値についての certainty equivalent $\mu[U_{t+1}]$ を考え、これと現在消費とについての評価関数

$$U_t = W(c_t, \mu[U_{t+1}])$$

を最大にするように、消費者は行動する。

$$W(c, z) = \begin{cases} [(1 - \beta)c^\rho + \beta z^\rho]^{1/\rho}, & \text{if } 0 \neq \rho < 1, \\ (1 - \beta) \log(c) + \beta \log(z), & \text{if } \rho = 0, \end{cases}$$

$$\mu[x] = \begin{cases} [E x^\alpha]^{1/\alpha}, & \text{if } 0 \neq \alpha < 1, \\ \exp[E \log(x)], & \text{if } \alpha = 0, \end{cases}$$

と定式化すれば、 ρ が消費の代替弾力性 $\sigma := 1/(1 - \rho)$ を与えるパラメーター、 α がリスク回避度と解釈できるパラメーターで、両者は独立に推定できる。

⁽¹⁶⁾ θ の推定を行った Ferson and Constantinides[4] では、検定に用いた操作変数や消費データにより、 $\theta \in (-0.9, 0.5)$ 程度の様々な結果が得られている。月次データについては、耐久性を示唆する結果はロバストではなく、習慣形成が耐久性の効果を陵駕することがあるというのが、彼らの結論である。

⁽¹⁷⁾ CCAPM モデル (2) では、リスク回避度が異時点間消費代替率の弾力性の逆数となっているが、(6) ではそうならない。以下は、これらをまったく独立のパラメーターとして推定できる定式化である。

TABLE 3: GMM Estimates of Non-expected utility model.

$$E[m_{t+12}^* R_{t+12}^e \otimes z_t] = 0, \quad E[(\beta^\gamma m_{t+12}^* R_{M,t+12} - 1) / \gamma] = 0, \quad m_{t+12}^* = (c_{t+12}/c_t)^{\gamma(\rho-1)} R_{M,t+12}^{\gamma-1}.$$

操作変数 z	β (std.err)	γ (std.err)	$(\rho - 1)$ (std.err)	χ^2 (p-value, df)	α
CORP-SHORT	1.1185(0.2183)	-1.5192(1.2389)	-7.7841(5.4091)	7.3596(0.0067,1)***	10.3
CORP-GOVL	0.8415(0.0766)	-1.0162(0.7502)	6.9827(6.0266)	0.1916(0.6616,1)	-8.1
CORP-ELEC ^a	1.1268(0.1826)	-1.6266(0.9858)	-7.4425(4.1504)	7.0052(0.0081,1)***	10.5
CORP-NTTL	1.1773(0.2479)	-1.6330(1.2384)	-8.7468(5.3482)	7.6928(0.0055,1)***	12.7
CORP-CALL	1.1213(0.2136)	-1.5230(1.2411)	-7.7670(5.2073)	7.4062(0.0065,1)***	10.3
SHORT-GOVL ^a	1.0789(0.2104)	-1.9720(0.6566)	-6.3405(5.8938)	7.1478(0.0075,1)***	10.5
SHORT-ELEC ^a	0.9163(0.0923)	-1.3397(1.0741)	-3.2872(0.7921)	3.9996(0.0455,1)**	3.1
SHORT-NTTL	0.9071(0.1245)	-1.3717(1.0411)	1.7887(7.3727)	1.8894(0.1693,1)	-3.8
SHORT-CALL	1.0509(0.0639)	-2.2049(1.0803)	-4.0167(1.8828)	2.3091(0.1286,1)	6.7
GOVL-ELEC ^a	1.0770(0.2479)	-2.0045(0.5924)	-6.4407(7.2464)	6.5613(0.0104,1)**	10.9
GOVL-NTTL ^a	1.0982(0.2322)	-1.9917(0.6223)	-6.9453(6.2414)	6.8413(0.0089,1)***	11.8
GOVL-CALL ^a	1.0870(0.2063)	-1.9584(0.6693)	-6.4893(5.5937)	7.1160(0.0076,1)***	10.8
ELEC-NTTL ^a	0.9867(0.0697)	-1.2548(1.2423)	-2.7581(3.3646)	5.9115(0.0150,1)**	2.2
ELEC-CALL ^a	0.9339(0.0844)	-1.4799(1.0699)	-0.1817(4.3664)	5.2182(0.0244,1)**	-1.2
NTTL-CALL	0.9163(0.0715)	-2.0511(1.0648)	1.2851(4.0673)	3.5333(0.0601,1)	-4.7

Note. The lag of all instruments are -1. "a" indicates that the iterated GMM did not converge within 21 times. ** and *** indicate that the Euler equation is rejected at 5 % and 1 % level. respectively.

この定式化をもとにすると Pricing Kernel は,

$$m_{t+1} = \left[\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{(\rho-1)} \right]^\gamma [R_{M,t+1}]^{\gamma-1}, \text{ where } \gamma = \alpha/\rho \quad (8)$$

ここで $R_{M,t+1}$ はマーケット・ポートフォリオの収益率, と書ける。

計測結果は Table 3 である。 ρ の標準偏差が大きいので確定的なことはいえないが, 試みに算出したりスク回避度のパラメーター α は 10 前後のようである。ただどちらかといえば, モデルを棄却する結果となっている。

4 H-J bound によるモデル比較

最後に Hansen and Jagannathan [7] が提唱した, Pricing Kernel m がとり得る 平均-標準偏差の領域限界 (H-J bound) を用いて, モデルをチェックしておこう。彼らの領域限界は, (5) 式と同様に相関係数の絶対値が 1 以下ということを使って, ある期待値 $E(m)$ に対し標準偏差 $\sigma(m)$ の下限を次式で与えるものである⁽¹⁸⁾。

$$\sigma(m) = [(q - vE(X))' \Sigma^{-1} (q - vE(X))]^{1/2} \quad (9)$$

ここで $v = E(m)$, $E(X)$ は資産のペイオフ X の期待値 (ベクトル), Σ はその共分散行列, q は資産価格である。

X として東証一部株価と政府長期債券を用いると, 境界は放物線になる。これらの差 (超過収益率) をとった場合の境界は, 直線になる。Pricing Kernel の平均 - 標準偏差は, それぞれの上側の領域になければならない。

得られた H-J bound に, 今まで扱ってきた CCAPM, 習慣形成および耐久性型, そして Non-expected 型のモデルの $E(m) - \sigma(m)$ を書き込んでみる。CCAPM は, $\gamma = 0, 1, 2, \dots, 46$ を○で示した⁽¹⁹⁾。図 8 に見られるように, 有効な領域に入るのは, $\gamma > 45$ である。Table 2 でモデルを棄却しなかったのは, γ が 50 近くかそれ以上であったことと整合的である。

⁽¹⁸⁾この領域限界は資産市場のデータだけから計算できるが, 用いる資産の種類にかなり依存することに留意しなければならない。

⁽¹⁹⁾消費データは, 年次のものを用いた。

図 7 Hansen - Jagannathan bounds

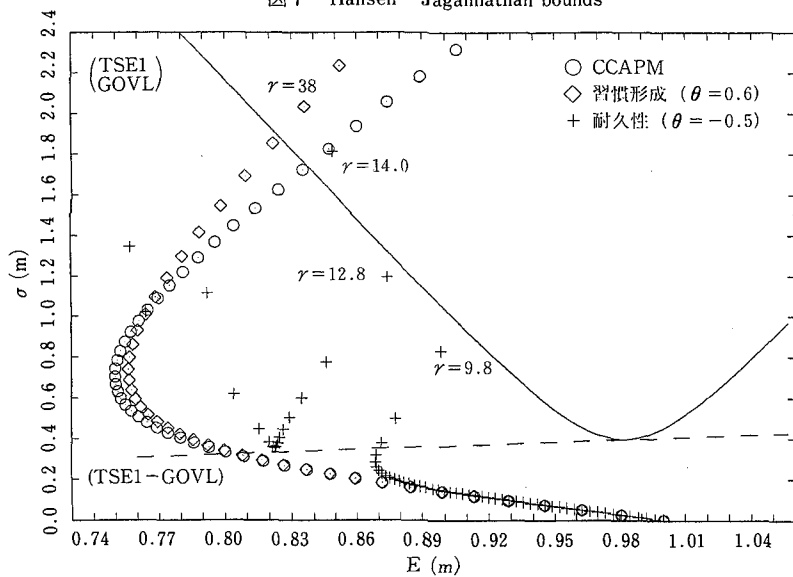


図 8 Hansen - Jagannathan bounds

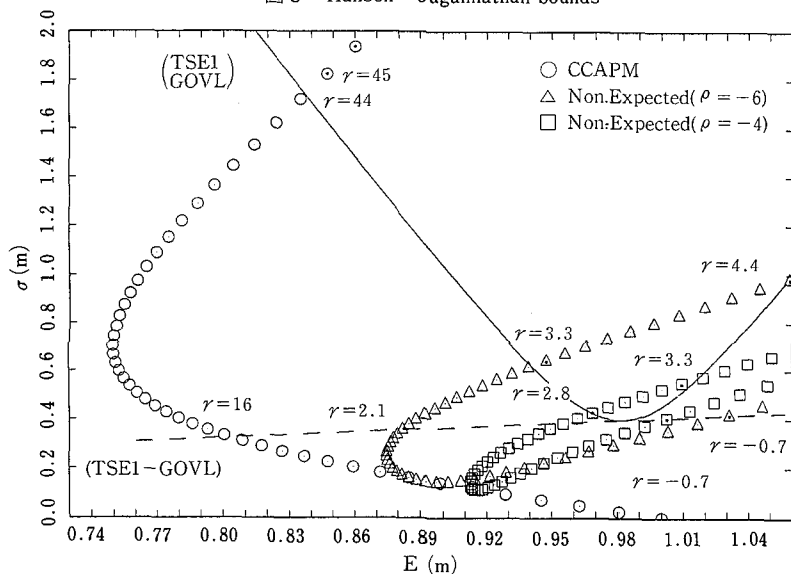


図 7 に、 $\theta = 0.6$ の場合 (習慣形成型) を、 $\gamma = 0, 1, \dots, 42$ についてプロットした。CRRA 型の CCAPM(\bigcirc) とよく似ており、 $\gamma > 38$ で有効領域に入る。また、 $\theta = -0.5$ の場合 (耐久型) を $+$ で示した。 γ が 10 程度の値で有効な領域に入るのは、このタイプだけである。

Non-Expected 型は、 $\rho - 1 = -7$ と $\rho - 1 = -5$ の場合を、図 8 にそれぞれ \triangle と \square で示した。有効な領域に入るのは、 $\gamma = 3.3 - 4.4$, および $\gamma = 2.8 - 3.3$ である。Table 3 で得られた γ の値は超過収益率の価格を与えるには十分であるが、放物線の上側に入らないのでレベルの価格付けには失敗すると思われる。Table 3 の GMM 推定にはまだ改善の余地がある。

5 まとめ

以上を総合すると、この論文でのメッセージは次のようにまとめられる。

1. 日本についても、リスク回避度一定の効用関数を用いたいいわゆる CCAPM は、棄却される。
2. 年次消費データを用いると、リスク回避度は 50 程度と「大きな」値となる。
3. Non-Expected 型のモデルを用いると、リスク回避度は 10 程度の推定値を得るが、まだ極めて試験的な結果であって改善の余地がある。
4. 耐久型モデルを用いると、リスク回避度が小さくてもあてはめが良いような可能性がある。
5. 消費支出の月次変動は、流動性や所得の制約と解釈するか、データに耐久的な「消費財」支出が含まれていると解釈することができる。季節変動の取扱いは、資産価格モデルの検証に大きく影響する。

参考文献

- [1] Constantinides, George (1990), Habit formation: a resolution of the equity premium puzzle, *Journal of Political Economy*, 519-543.
- [2] Epstein, Larry and S. Zin (1989), Substitution, risk aversion, and the temporal behaviour of consumption and asset returns: a theoretical framework, *Econometrica* 57, 937-969.
- [3] Epstein, Larry and S. Zin (1991), Substitution, risk aversion, and the temporal behaviour of consumption and asset returns: an empirical analysis, *Journal of Political Economy* 99, 263-286.
- [4] Ferson Wayne and G. Constantinides (1991), Habit persistence and durability in aggregate consumption, *Journal of Financial Economics* 29, 199-240.
- [5] Ferson Wayne and S. Forester (1991), Finite sample properties of the Generalized Method of Moments in tests of conditional asset pricing models, Manuscript, University of Chicago.
- [6] Hansen, Lars (1982), Large sample properties of generalized method of moments estimators, *Econometrica* 50, 1269-1286.
- [7] Hansen, Lars and R. Jagannathan (1991), Implications of security market data for models of dynamic economies, *Journal of Political Economy* 99, 225-261.
- [8] Hansen, Lars and S. Richard (1987), The Role of Conditioning Information in Deducing Testable Restrictions Implied by Dynamic Asset Pricing Models, *Econometrica* 55, pp.587-613.
- [9] Hamao, Yasuhi and R. Ibbotson (1989), *Stocks, Bonds, and Inflation Japan 1989 Yearbook*, Chicago: Ibbotson Associates, Inc.
- [10] Hamori, Sigeyuki (1992), Test of C-CAPM for Japan:1980-1988, *Economics Letters* 38, 67-72.
- [11] Mehra Rajnish and E. Prescott (1985), The equity premium: a puzzle, *Journal of Monetary Economics* 15, 145-161.